الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان بكالوريا تجريبي
الشعبة: رياضيات

ثانوية محمد مرجي
دورة ماي 2021

المدة: 04 سا و 30 د

الختيار في مادة: الرياضيات

على الممتحن أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على 03 صفحات (من الصفحة 1 إلى الصفحة 3)

التمرين الأول (4 نقاط):

1) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية: $(4x^2+3x-1)(x^2-5x+6)=0 \ldots (E)$

2) كيس به أربع كريات تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 ؛ نسحب منه كرية واحدة و نرمز بـ p_i إلى احتمال سحب الكرية التي تحمل الرقم i.

علما أن $p_1=3\alpha^2$ ، $p_2=\alpha^2$ ، $p_3=\alpha$ و $p_4=2\alpha$ ، جد قيمة α.

3) نضع $\alpha=0,25$ ، احسب احتمال الأحداث التالية:

A : " سحب كرية تحمل رقما أوليا " . B : " سحب كرية تحمل رقما أصغر من أو يساوي 3 " .

C : " سحب كرية تحمل رقما حلا للمعادلة (E) " .

4) ليكن المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرة تحمل الرقم i العدد $PGCD(i;2)$.

عرف قانون الاحتمال لهذا المتغير العشوائي ثم احسب أمله الرياضياتي.

BAC 35 fb.com/bac35 bac35com www.bac35.com

التمرين الثاني (4 نقاط)

في هذا التمرين الجزء الأول و الثاني مستقلان.

الجزء الأول: ليكن p عدد صحيح نسبي يختلف عن 1 .

n عدد طبيعي غير معدوم، وليكن S المجموع $S=1+p+p^2+\ldots+p^{n-1}$.

1) احسب العبارة $p^n+(1-p)S$ ، ماذا تستنتج؟

2) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $p^n x-(1-p)y=p$.

3) استنتج في $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة $10^n x-2^{n+1}y-10\times 2^{n-1}=0$.

الجزء الثاني: x ، y عددان طبيعيان غير معدومين و ليكن $d=pgcd(x;y)$ و $m=ppcm(x;y)$.

1) علما أن $(x;y)$ يحققان المعادلة $m+d=x+6$ ، ما هي قيم d الممكنة؟

2) عين حلول الجملة $\begin{cases} d+m=x+6 \\ d=2 \end{cases}$.

التمرين الثالث (5 نقاط):

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة $(E): z^3-(4-i)z^2+4(2-i)z+8i=0$.

1) أ) بيّن (E) تقبل حلا تخيليا صرفًا وحيدًا z_0 يطلب تعيينه.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) واكتب الحلول على الشكل الأسّي.

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ وحدته $2cm$.

نعتبر النقط A ، B ، C ذات اللواحق على الترتيب $-i$ ، $2-2i$ ، $2+2i$.

أ) علم النقط A ، B ، C.

ب) ما طبيعة المثلث OBC مع التبرير ؟

3) ليكن R دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

أ) أعط العبارة المركبة للدوران R .

ب) اكتب على الشكل الجبري والأسّي العدد z_D لاحقة النقطة D صورة C بالدوران R ؛

ثم استنتج قيمتي $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$.

4) ليكن f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ من المستوي

حيث: $z'=\frac{1}{\bar{z}}$ ($\bar{z}$ مرافق z و $z\neq 0$) .

أ) عين لواحق B' ، C' صورتي B ، C بالتحويل f على الترتيب ثم مثل B' ، C' على الشكل.

ب) بيّن أنّ النقط O ، M ، M' على استقامة واحدة ، وأنّ $OM\times OM'=1$.

5) بيّن أنه من أجل كل $z\neq 0$: $\left(|z-2|=2\Leftrightarrow\left|\frac{1}{2}z'\right|=|z'|\right)$ ، ثم استنتج أنّ $\left(|z-2|=2\Leftrightarrow\left|\frac{1-2\bar{z'}}{z'}\right|=2\right)$.

6) لتكن (C) دائرة مركزها النقطة K ذات اللاحقة 2 ونصف قطرها 2 .

أ) بيّن أنّ $[BC]$ هو قطر للدائرة (C) .

ب) لتكن M نقطة من (C) تختلف عن O .

بيّن أنّ M' صورة M بالتحويل f تنتمي إلى مستقيم (d) يطلب تعيين معادلة له.

ج) مثل (C) و (d) على الشكل.

BAC 35 fb.com/bac35 bac35com www.bac35.com

التمرين الرابع (4 نقاط)

n عدد طبيعي غير معدوم، f_n دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $\begin{cases} f_n(x)=\dfrac{(x+1)^{2n}}{1-e^{x+1}} & , x\neq -1 \\ f_n(-1)=0 \end{cases}$

(C_n) التمثيل البياني للدالة f_n في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

I. نعتبر الدالة g_n المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g_n(x)=(-2n+x+1)e^{x+1}+2n$.

1) أ) احسب نهايتي g_n .

ب) أعط اتجاه تغير g_n وشكل جدول تغيراتها.

2) أ) احسب $g_n(-1)$ واستنتج أن : $2n-e^{2n-1}<0$.

ب) بيّن أن المعادلة $g_n(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α_n على المجال $]2n-2;+\infty[$.

ج) تحقق أن $2n-2<\alpha_n<2n-1$ ثم استنتج رتابة المتتالية $(\alpha_n)_{n\geq 1}$.

3) عين إشارة $g_n(x)$.

II.

1) ادرس قابلية اشتقاق f_n عند -1 (نميز حالة $n=1$ و $n>1$)

2) أ) احسب نهايتي f_n عند $(-\infty)$ و $(+\infty)$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f_n'(x)=\dfrac{(x+1)^{2n-1}}{\left(1-e^{x+1}\right)^2}\times g_n(x)$.

ج) اعط اتجاه تغير f_n وشكل جدول تغيراتها من أجل $n>1$.

د) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_1) ، (C_2) ثم ارسمهما في المعلم.

III. نضع $v_n=\int_{-1}^{-1+\frac{1}{n}} f_n(x)dx$ حيث $n\in\mathbb{N}^*$.

1) أ) برر وجود (v_n) .

2) ب) بيّن أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$: $v_n\leq 0$.

3) ج) بيّن أن (v_n) متزايدة. ماذا تستنتج؟

4) د) بيّن أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$: $\frac{1}{1-e}\times\frac{1}{n}\leq v_n\leq 0$ ، ثم احسب نهاية (v_n).

BAC 35 fb.com/bac35 bac35com www.bac35.com

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على 03 صفحات (من الصفحة 4 إلى الصفحة 6)

التمرين الأول (4 نقاط):

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء مرقمة بـ : 2، 2، 2، 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 3، 3، 2 .
نسحب عشوائيًا في آنٍ واحد كريتين من هذا الكيس.

1) نعتبر الحدثين "A : الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم "

"B : الحصول على كريتين مختلفتين في اللون"

أ) احسب احتمال كل من الحدثين A و B.

ب) احسب احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم و مختلفين في اللون.

ج) استنتج احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم أو مختلفين في اللون.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الرقمين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين.

- عرّف قانون الاحتمال للمتغير X .

3) في لعبة يقوم لاعب بسحب الكريتين: إذا كان جداء رقميهما 4 يربح x^2 دينار، إذا كان جداء رقميهما 6 يخسر y^2 دينار و إذا كان جداء رقميهما 9 يخسر 130 دينار. (x و y عددان طبيعيان غير معدومين)

- عين قيمة كل من x و y حتى تكون اللعبة عادلة.

التمرين الثاني (4 نقاط):

نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (E): $11x+2y=94$.

1) أ) عين حلًا خاصًا للمعادلة (E) .

ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

2) n عدد طبيعي حيث توجد ثنائية $(a\,;b)$ من $\mathbb{Z}^2$ تحقق $n=11a-60$ و $n=2b+34$

أ) تحقق أنّ الثنائية $(a\,;-b)$ حل للمعادلة (E).

3) ب) ما هو باقي قسمة n على 22؟

4) α و β عددان طبيعيان حيث $\alpha\leq 9$ ، $\beta\leq 9$.

إذا علمت أنّ أحمد وُلِدَ سنة $\overline{19\alpha\beta}^{10}$ وأنه في سنة 2004 كان عمره مساويًا إلى مجموع أرقام سنة ولادته:

أ) عبر بطريقتين مختلفتين و بدلالة α و β ، عن عُمر أحمد سنة 2004.

ب) احسب عمره سنة 2021 .

BAC 35 fb.com/bac35 bac35com www.bac35.com

التمرين الثالث (4 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_1=-2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم:

$$u_{n+1}=\frac{3(n+1)u_n-(8n+12)}{n}$$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $u_n<0$.

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة.

2) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم بـ : $v_n=\frac{4-u_n}{n}$.

3) أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 ، يطلب تعيين حدها الأول، ثم عبر عن v_n بدلالة n.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $u_n=4-2n\times 3^n$ ، ثم احسب $\lim u_n$.

ج) احسب بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n=(4-u_1)\times(4-u_2)\times\cdots\times(4-u_n)$

4) لتكن المتتالية العددية (w_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم كما يلي: $w_n=\ln\left(\frac{n}{4-u_n}\right)$.

- احسب بدلالة n المجموع: $S_n=w_1+w_2+\cdots+w_n$.

التمرين الرابع (8 نقاط):

I. من أجل كل n عدد طبيعي غير معدوم، نعرّف على المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ الدالتين:

$g_n(x)=n\ln\left(x+\frac{1}{2}\right)+\frac{2x-1}{2x+1}$ ، $f_n(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^n\ln\left(x+\frac{1}{2}\right)$ ،

(C_n) التمثيل البياني للدالة f_n في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) أ) ادرس تغيرات الدالة g_n .

ب) احسب $g_n\left(\frac{1}{2}\right)$ ثم استنتج إشارة g_n على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$.

2) أ) بيّن أنه من أجل $x>\frac{1}{2}$: $f_n'(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\times g_n(x)$.

ب) بفرض n فردي ادرس تغيرات f_n وشكل جدول تغيراتها.

ج) بفرض n زوجي ادرس تغيرات f_n وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_1) و (C_2) .

ب) ارسم (C_1) و (C_2) في نفس المعلم.

BAC 35 fb.com/bac35 bac35com www.bac35.com

II. تعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ : $v_n=\int_{\frac{1}{2}}^{1}\left(x-\frac{1}{2}\right)^n \ln\left(x+\frac{1}{2}\right)dx$

1) بيّن أنه من أجل كل $n\geq 1$: $0\leq v_n\leq \frac{\ln 2}{n+1}$ ثم استنتج نهاية المتتالية (v_n).

2) اعتمادا على مكاملة بالتجزئة بيّن أنّ: $n\geq 1$ ، $v_n=\frac{\ln 2}{n+1}-\frac{2^{-n}}{n+1}\int_{\frac{1}{2}}^{1}\frac{(2x-1)^{n+1}}{2x+1}dx$.

3) باعتبار $n\geq 1$ ، $\frac{1}{2}\leq x\leq \frac{3}{2}$ ليكن المجموع $S_n(x)=1-\left(x-\frac{1}{2}\right)+\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\cdots+(-1)^n\left(x-\frac{1}{2}\right)^n$.

4) أ) بيّن أنّ: $S_n(x)=\frac{2}{2x+1}+\left(-\frac{1}{2}\right)^n\left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)^{n+1}$.

5) ب) استنتج أنّ: $v_n=\frac{\ln 2}{n+1}-\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\left[\ln 2-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right]$.

BAC 35
fb.com/bac35
bac35com
www.bac35.com

انتهى الموضوع الثاني

لا تنسوا زيارة موقعنا

منتديات التعليم الشامل

www.bac35.com

ومتابعتنا على منصات التواصل الإجتماعي

facebook.com/bac35

منتديات التعليم الشامل

bac35com